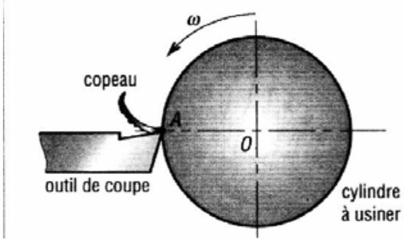
T-STL-PL

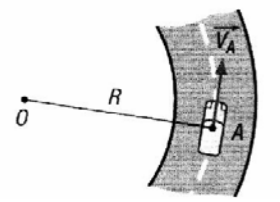
Exercices sur les vitesses de rotation

1- Sur un tour automatique de production, on usine un cylindre de 100 mm de diamètre. La vitesse de rotation de la pièce est de 300 $tr.min^{-1}$. Le mouvement d'avance de l'outil est négligé. **a)** Déterminer la vitesse de coupe V_c (vitesse de la pointe de l'outil par rapport à la pièce). **b)** On envisage d'usiner un cylindre de 70 mm de diamètre. Si on conserve la même vitesse de coupe, quelle doit être la vitesse angulaire de la pièce ?



2- Une meule à tronçonner doit travailler à une vitesse périphérique de 80 $m.s^{-1}$. Déterminer les vitesses de rotation N des meules, si elles ont les diamètres d suivants : 50 ; 65 ; 75 ; 90 ; 100 ; 115 ; 150 et 200 mm. Tracer le graphe correspondant $N = f(d)$ avec N en $tr.min^{-1}$.

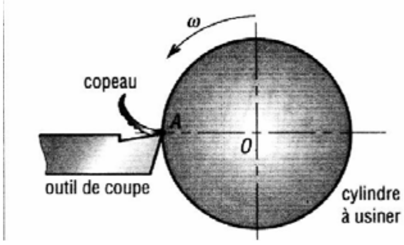
3- Une automobile aborde un virage de rayon R = 150 m à la vitesse de 90 $km.h^{-1}$. Si l'accélération du véhicule est de 1,5 $m.s^{-2}$ sur sa trajectoire, déterminer l'accélération supportée par les passagers (en A).



T-STL-PL

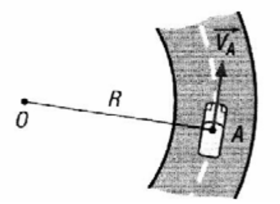
Exercices sur les vitesses de rotation

1- Sur un tour automatique de production, on usine un cylindre de 100 mm de diamètre. La vitesse de rotation de la pièce est de 300 $tr.min^{-1}$. Le mouvement d'avance de l'outil est négligé. **a)** Déterminer la vitesse de coupe V_c (vitesse de la pointe de l'outil par rapport à la pièce). **b)** On envisage d'usiner un cylindre de 70 mm de diamètre. Si on conserve la même vitesse de coupe, quelle doit être la vitesse angulaire de la pièce ?



2- Une meule à tronçonner doit travailler à une vitesse périphérique de 80 $m.s^{-1}$. Déterminer les vitesses de rotation N des meules, si elles ont les diamètres d suivants : 50 ; 65 ; 75 ; 90 ; 100 ; 115 ; 150 et 200 mm. Tracer le graphe correspondant $N = f(d)$ avec N en $tr.min^{-1}$.

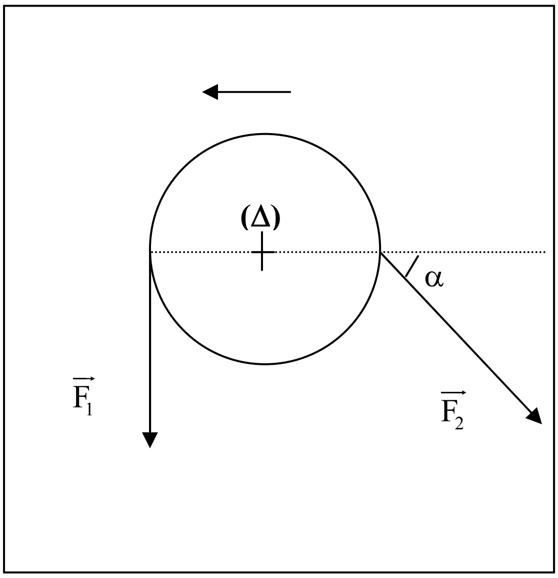
3- Une automobile aborde un virage de rayon R = 150 m à la vitesse de 90 $km.h^{-1}$. Si l'accélération du véhicule est de 1,5 $m.s^{-2}$ sur sa trajectoire, déterminer l'accélération supportée par les passagers (en A).



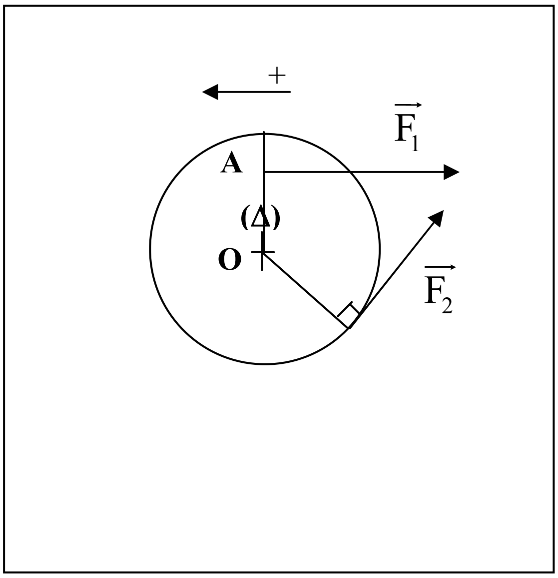
T-STL-PL

Exercices sur les moments des forces

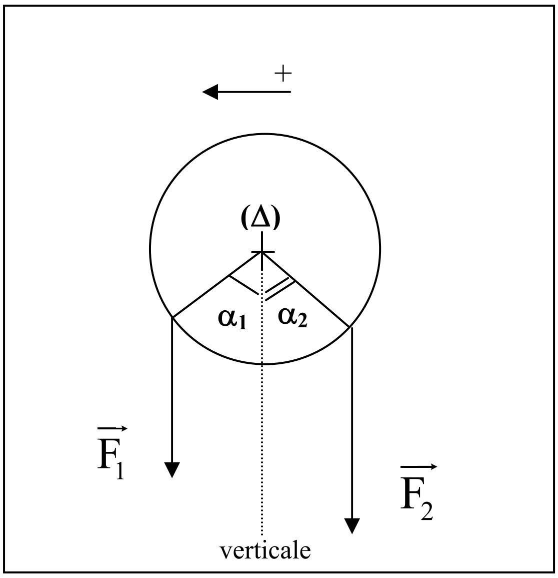
1- Un disque homogène **(S)** de rayon **R** est mobile autour de son axe de symétrie (Δ) perpendiculaire à ses faces. L'axe est horizontal**. (S)** étant en équilibre, on lui applique deux forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ orthogonales à (Δ).
Dans les quatre cas représentés ci-dessous, le système reste-t-il en équilibre ou bien se met-il à tourner ? S'il tourne, donner le sens de rotation.



F_1 = 10 N ; F_2 = 20 N et α = 45°

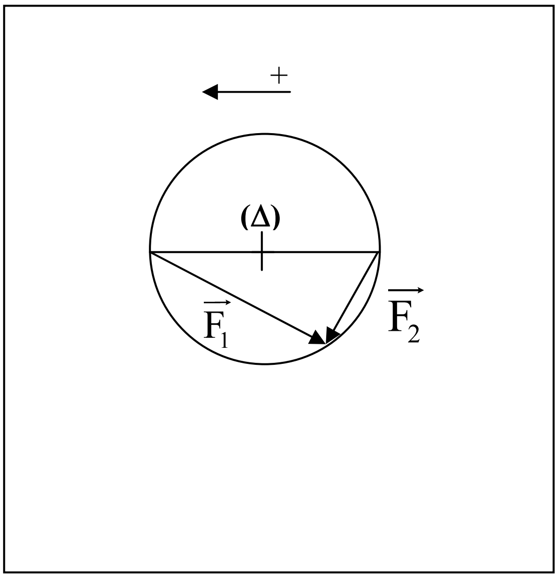


F_1 = 16 N ; F_2 = 12 N et OA = 3R/4



F_1 = 14 N ; F_2 = 18 N

α_1 = 45° et α_2 = 30°

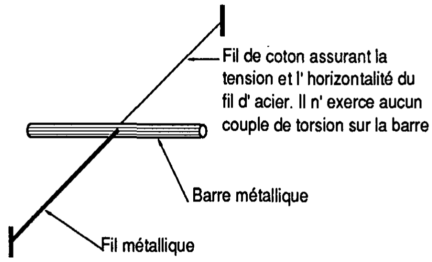


L'échelle de représentation des forces est telle que les extrémités des vecteurs représentant les forces sont confondus en un point de la périphérie du disque.

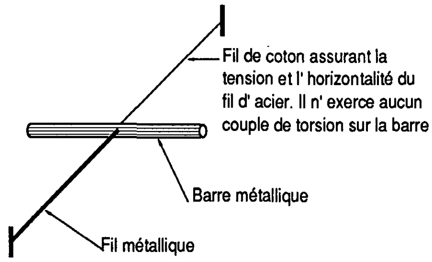
T-STL-PL

Exercices sur les moments des forces et couples de forces

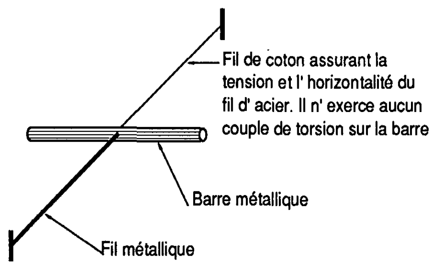
1. Un fil métallique a une constante de torsion
$C = 0{,}35$ N.m rad^{-1}
a) Quel est le moment du couple qu'il exerce lorsqu 'il est tordu de **5°**; de **30°** ?
Il est solidaire d'une barre métallique maintenue horizontale lorsque le fil, lui-même horizontal et perpendiculaire à la barre n'est pas tordu. La barre est fixée au fil en son milieu et sa longueur est **20 cm**
b) De quel angle faut-il tordre le fil pour maintenir l'équilibre lorsqu'en suspend un objet de masse 100 g à l'extrémité de la barre?
c) Quel est le moment du couple agissant sur la barre si l'équilibre nécessite une torsion de **45°** du fil?



1. Un fil métallique a une constante de torsion
$C = 0{,}35$ N.m rad^{-1}
a) Quel est le moment du couple qu'il exerce lorsqu 'il est tordu de **5°**; de **30°** ?
Il est solidaire d'une barre métallique maintenue horizontale lorsque le fil, lui-même horizontal et perpendiculaire à la barre n'est pas tordu. La barre est fixée au fil en son milieu et sa longueur est **20 cm**
b) De quel angle faut-il tordre le fil pour maintenir l'équilibre lorsqu'en suspend un objet de masse 100 g à l'extrémité de la barre?
c) Quel est le moment du couple agissant sur la barre si l'équilibre nécessite une torsion de **45°** du fil?



1. Un fil métallique a une constante de torsion
$C = 0{,}35$ N.m rad^{-1}
a) Quel est le moment du couple qu'il exerce lorsqu 'il est tordu de **5°**; de **30°** ?
Il est solidaire d'une barre métallique maintenue horizontale lorsque le fil, lui-même horizontal et perpendiculaire à la barre n'est pas tordu. La barre est fixée au fil en son milieu et sa longueur est **20 cm**
b) De quel angle faut-il tordre le fil pour maintenir l'équilibre lorsqu'en suspend un objet de masse 100 g à l'extrémité de la barre?
c) Quel est le moment du couple agissant sur la barre si l'équilibre nécessite une torsion de **45°** du fil?



T-STL-PL

Exercices sur la cinématique du mouvement de rotation.

1. Un moteur électrique met **2 s** pour atteindre sa vitesse de régime de **1500 tr.min^{-1}**. En supposant constante l'accélération angulaire, donner les équations horaires du mouvement Calculer le nombre de tours effectué pendant la phase de démarrage.

2. L'hélice d'un avion tourne à vitesse constante de 1200 tr.min^{-1}. Lorsqu'on coupe le moteur, l'hélice s'arrête en **80 tours**. En supposant la décélération constante, déterminer les équations du mouvement. Combien de temps l'hélice met-elle pour s'arrêter ?
A l'instant **t = 20 s**, calculer la valeur de la vitesse angulaire, la valeur de la vitesse linéaire de l'extrémité de l'hélice (diamètre **1,8 m**). Calculer la valeur des accélérations normales et tangentielles pour ce point. Faire une représentation du vecteur vitesse et du vecteur accélération de l'extrémité de l'hélice.

3. Un avion de voltige descend en piqué selon une trajectoire rectiligne faisant un angle de **60°** avec la verticale. Sa vitesse est de 450 km.h-1 lorsqu'il commence à redresser selon une trajectoire circulaire de rayon **R = 250 m**. Il garde la même valeur d'accélération tangentielle $\mathbf{a_T = 10\ m.s^{-1}}$
N.B. : la partie rectiligne de la trajectoire est tangente au cercle représentant sa trajectoire pendant le redressement.

* Déterminer l'accélération normale au début du redressement de trajectoire. Représenter le vecteur accélération subit par le pilote. Comparer cette valeur à **g** (accélération de la pesanteur)
* Calculer la vitesse de l'avion lorsqu'il arrive **au point le plus bas de sa trajectoire** et représenter à cet instant le vecteur accélération.

4. Lorsqu'on met en marche le moteur d'une scie circulaire, la vitesse de rotation la vitesse de rotation atteint **5000 tr.min^{-1}** en **3 s**. Exprimer cette vitesse en rad.s^{-1}.

* Calculer l'accélération angulaire en supposant que celle-ci soit constante.
 Exprimer la vitesse angulaire en fonction du temps pour l'intervalle de temps de 0 à 3 s.
* La trajectoire d'un point M à l'extrémité d'une dent de la lame de scie est un cercle de 13,5 cm de diamètre. Calculer la vitesse linéaire, l'accélération tangentielle et l'accélération normale de M à l'instant **t = 2 s**. Faire un schéma représentant les différents vecteurs à cet instant.
* Représenter la vitesse instantanée et le vecteur accélération du point M lorsque le régime constant est atteint.

5. La platine d'un (très vieux) tourne disque tourne à 45 tr.min-1. Lorsqu'on coupe le moteur, le disque s'arrête en un demi tour exactement. En supposant que le mouvement de la platine soit uniformément varié, exprimer les équations horaires du mouvement. Déterminer la valeur de l'accélération angulaire et calculer le temps mis pour s'arrêter.

T-STL-PL

Exercices sur la dynamique du mouvement de rotation.

1. Un cylindre de masse **M = 2 kg** et de rayon **R = 20 cm** tourne autour de son axe disposé horizontalement. On enroule autour du cylindre un fil fin et inextensible au bout duquel on accroche une masse **m = 100 g**. Faire un schéma de l'ensemble.
On abandonne le système sans vitesse initiale.

* Quelle est l'accélération angulaire du cylindre ?
* Calculer la vitesse angulaire du cylindre lorsque la masse est descendue de 50 cm.
* En combien de temps cette vitesse est-elle atteinte ?

2. Le système de freinage d'une machine tournante exerce un couple de freinage constant. La vitesse de rotation est initialement de **3000 tr.min^{-1}** et la machine s'arrête en effectuant **1000 tours.** Le moment d'inertie de la pièce tournante est **J = 10 kg.m^2.**

* Calculer l'accélération angulaire pendant cette phase de freinage.
* Calculer la durée du freinage.
* Calculer le moment du couple de freinage.

3. Une moto roule à **90 km.h^{-1}**. Le conducteur freine et la vitesse tombe à **50 km.h^{-1}** sur une distance de 50 m. On s'intéresse au mouvement de la roue avant sur laquelle agit le frein à disque. On assimilera la roue à un anneau de **70 cm** de diamètre et de masse **10 kg**. Le disque du frein a un rayon moyen de **13cm.**

* Calculer la vitesse de rotation de la roue correspondant aux deux vitesses indiquées.
* Calculer la valeur de l'accélération angulaire au cours du freinage.
* Calculer la valeur de l'intensité de la force qui doit s'exercer sur le disque du frein pour permettre ce freinage.

T-STL-PL

Exercices sur la dynamique du mouvement de rotation.

1. Un cylindre de masse **M = 2 kg** et de rayon **R = 20 cm** tourne autour de son axe disposé horizontalement. On enroule autour du cylindre un fil fin et inextensible au bout duquel on accroche une masse **m = 100 g**. Faire un schéma de l'ensemble.
On abandonne le système sans vitesse initiale.

* Quelle est l'accélération angulaire du cylindre ?
* Calculer la vitesse angulaire du cylindre lorsque la masse est descendue de 50 cm.
* En combien de temps cette vitesse est-elle atteinte ?

2. Le système de freinage d'une machine tournante exerce un couple de freinage constant. La vitesse de rotation est initialement de **3000 tr.min^{-1}** et la machine s'arrête en effectuant **1000 tours.** Le moment d'inertie de la pièce tournante est **J = 10 kg.m^2.**

* Calculer l'accélération angulaire pendant cette phase de freinage.
* Calculer la durée du freinage.
* Calculer le moment du couple de freinage.

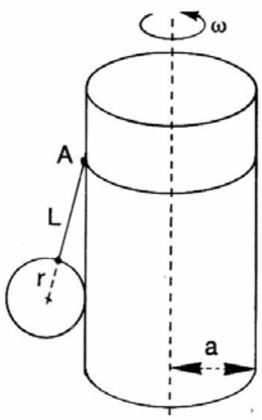
3. Une moto roule à **90 km.h^{-1}**. Le conducteur freine et la vitesse tombe à **50 km.h^{-1}** sur une distance de 50 m. On s'intéresse au mouvement de la roue avant sur laquelle agit le frein à disque. On assimilera la roue à un anneau de **70 cm** de diamètre et de masse **10 kg**. Le disque du frein a un rayon moyen de **13cm.**

* Calculer la vitesse de rotation de la roue correspondant aux deux vitesses indiquées.
* Calculer la valeur de l'accélération angulaire au cours du freinage.
* Calculer la valeur de l'intensité de la force qui doit s'exercer sur le disque du frein pour permettre ce freinage.

Dynamique et mouvement circulaire uniforme

Dynamique et mouvement circulaire uniforme

Sur l'axe d'un moteur, orienté verticalement, on a fixé un cylindre de rayon a, et en un point A de ce cylindre on a accroché un fil de longueur L qui supporte une boule de rayon r et de masse m (figure ci-dessous). On suppose qu'il y a contact sans frottement entre le cylindre et la boule.



a) Représentez les forces qui s'exercent sur la boule.

b) Calculez la tension du fil.

c) Calculez la réaction du cylindre sur la boule, lorsque la vitesse angulaire est ω.

d) Pour quelle valeur de ω le contact cesse-t-il entre le cylindre et la boule ?

Dynamique et mouvement circulaire uniforme

Une petite bille de masse m est suspendue à l'une des extrémités d'un fil inextensible, l'autre extrémité étant liée à un support fixe. Le fil de longueur ℓ restant tendu, la bille est écartée de sa position d'équilibre; le fil fait alors un angle θ_1 avec la verticale. La bille est ensuite abandonnée sans vitesse initiale.

Données : $g = 9{,}8\ \mathrm{m.s^{-2}}$; $\ell = 1$ m; $m = 50$ g; $\theta_1 = 60°$.

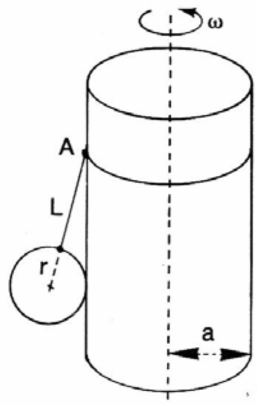
1/ Décrire le mouvement de la bille, les forces de frottement dissipatives étant supposées négligeables. Donner l'expression de la vitesse de la bille en fonction de l'angle θ du fil tendu avec la verticale. Pour quelle valeur de θ, la vitesse est-elle maximale? Que vaut-elle?

2/ Exprimer l'accélération normale en fonction de θ. Calculer sa valeur pour $\theta = 0$.

3/ Donner l'expression de la tension du fil en fonction de θ. Calculer la valeur maximale de la tension.

4/ Exprimer l'accélération tangentielle en fonction de θ. Vérifier qu'elle s'annule lorsque la vitesse est maximale.

Sur l'axe d'un moteur, orienté verticalement, on a fixé un cylindre de rayon a, et en un point A de ce cylindre on a accroché un fil de longueur L qui supporte une boule de rayon r et de masse m (figure ci-dessous). On suppose qu'il y a contact sans frottement entre le cylindre et la boule.



a) Représentez les forces qui s'exercent sur la boule.

b) Calculez la tension du fil.

c) Calculez la réaction du cylindre sur la boule, lorsque la vitesse angulaire est ω.

d) Pour quelle valeur de ω le contact cesse-t-il entre le cylindre et la boule ?

Dynamique et mouvement circulaire uniforme

Une petite bille de masse m est suspendue à l'une des extrémités d'un fil inextensible, l'autre extrémité étant liée à un support fixe. Le fil de longueur ℓ restant tendu, la bille est écartée de sa position d'équilibre; le fil fait alors un angle θ_1 avec la verticale. La bille est ensuite abandonnée sans vitesse initiale.

Données : $g = 9{,}8\ \mathrm{m.s^{-2}}$; $\ell = 1$ m; $m = 50$ g; $\theta_1 = 60°$.

1/ Décrire le mouvement de la bille, les forces de frottement dissipatives étant supposées négligeables. Donner l'expression de la vitesse de la bille en fonction de l'angle θ du fil tendu avec la verticale. Pour quelle valeur de θ, la vitesse est-elle maximale? Que vaut-elle?

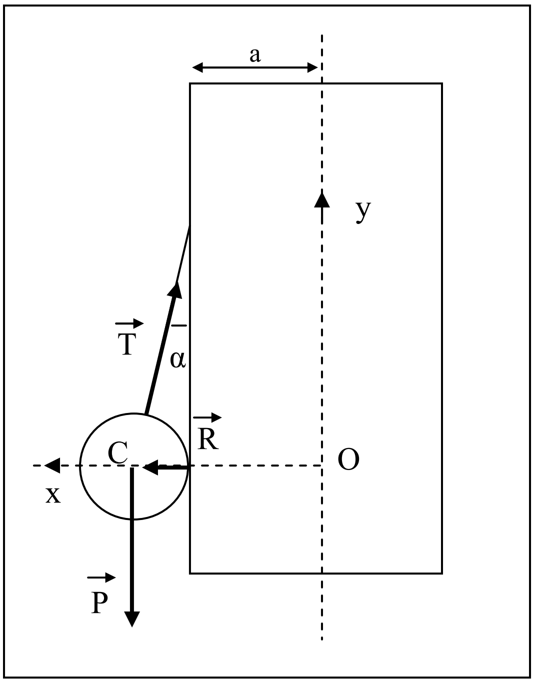
2/ Exprimer l'accélération normale en fonction de θ. Calculer sa valeur pour $\theta = 0$.

3/ Donner l'expression de la tension du fil en fonction de θ. Calculer la valeur maximale de la tension.

4/ Exprimer l'accélération tangentielle en fonction de θ. Vérifier qu'elle s'annule lorsque la vitesse est maximale.

Corrigé. Dynamique et mouvement circulaire uniforme

Supposons que le cylindre soit en rotation uniforme (**ω = C^{te}**). Choisissons comme système la petite boule seule. Faisons le bilan des forces à un instant donné en supposant que la boule soit encore en contact avec le cylindre. Le repère choisi est indiqué sur le schéma.



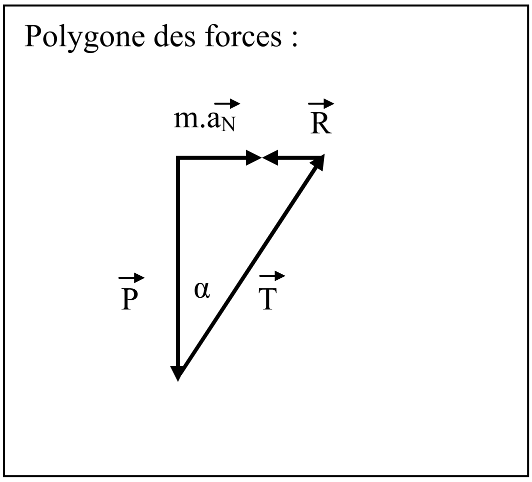
Tant que la boule touche le cylindre, boule est soumise à une accélération normale centripète **$a_N = (a + r).\omega^2$** (car le centre **C** de la boule tourne sur un cercle de rayon **OC= (a+r)**); la relation fondamentale de la dynamique s'applique de la façon suivante :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m.\vec{a}_N$$

Dans le repère Ox, Oy indiqué sur le schéma, nous en déduisons les relations suivantes entre les composantes des différents vecteurs :

(Ox) $\quad \mathbf{0 - T.\sin\alpha + R = - m.(a + r).\omega^2}$ $\quad$ et

(Oy) $\quad \mathbf{-P + T.\cos\alpha = 0}$



Tant que la boule touche le cylindre, l'angle **α** est donné par la relation :

$$\mathbf{(L + r).\sin\alpha_0 = r} \quad \text{donc} \quad \mathbf{\sin\alpha_0 = \frac{r}{L+r}}$$

Lorsque la boule est sur le point de décoller du cylindre, l'angle **α** a encore cette valeur tandis que la réaction **R** devient nulle. Les relations précédentes s'écrivent alors plus simplement :

$$\mathbf{-T.\sin\alpha_0 = - m.(a + r).\omega^2}$$

et

$$\mathbf{- m.g + T.\cos\alpha_0 = 0}$$

donc

$$\mathbf{T.\sin\alpha_0 = m.(a + r).\omega^2}$$

$$\mathbf{T.\cos\alpha_0 = m.g}$$

En divisant membre à membre ces deux égalités on obtient :

$$\mathbf{\tan\alpha_0 = \frac{(a + r).\omega^2}{g}}$$

D'où la valeur de la vitesse de rotation correspondant à cette situation (limite de "décollement" de la boule) :

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{\mathbf{g.\tan\alpha_0}}{\mathbf{(a + r)}}}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\alpha_0 = \mathbf{\sin^{-1}\left(\frac{r}{L+r}\right)}}$$

T-PL

Travail et puissance de forces et de couples de forces (1)
Energie cinétique de rotation

1. Un moteur exerce sur une machine un couple de moment égal à **80 N.m**. Quel est le travail fourni par le moteur quand la machine a effectué une rotation de **300 tours** ? Quelle est la puissance fournie si cette rotation s'effectue en **1,5 s** ?

2. On tire sur un câble enroulé sur un cylindre de rayon **r = 15 cm**. Le cylindre se met en rotation sous l'effet d'une tension constante de **50 N**. Quel est le travail fourni par la tension lorsque le cylindre a effectué une rotation d'un demi-tour ?

3. Quelle est la puissance d'un moteur qui exerce sur une machine un couple de moment égal à **80 N.m** lorsque sa vitesse de rotation est de **300 tr.min^{-1}** ? Quel est le travail fourni en **1 min** ? Donner le résultat en **J** et en **Wh**.

4. Un anneau de masse **100 g**, de rayon **10 cm** est animé d'un mouvement de rotation autour de son axe de symétrie. Calculer le moment de l'anneau par rapport à son axe. Quelle est sa vitesse angulaire lorsque son énergie cinétique vaut **1,6 J** ?

5. On considère un disque homogène de rayon **r = 10 cm** et de masse **m = 600 g**.

* Exprimer son énergie cinétique lorsqu'il est en mouvement de translation uniforme de vitesse **v = 3 m.s^{-1}.**
* Exprimer son énergie cinétique lorsqu'il est en mouvement de rotation autour de son axe avec une vitesse angulaire **ω =3 rad.s^{-1}.**
* Quelle relation doit-il y avoir entre **v** et **ω** pour que l'énergie cinétique de translation et de rotation soit la même?

6. Une tige de longueur **L = 20 cm** est en rotation dans un plan horizontal autour d'un axe vertical passant par son milieu. Le moment d'inertie de la tige est **J = 2.10-3 kg.m^2**.

* Calculer l'énergie cinétique de la tige pour une vitesse de rotation de **10 tr.s^{-1}**
* On ajoute à chaque extrémité de la barre une surcharge de petite taille et de masse **m = 50 g** . Calculer la nouvelle valeur du moment d'inertie.
* Quelle doit être la valeur de la vitesse angulaire pour que l'énergie cinétique garde la même valeur qu'à la première question ?

7. Un moteur de puissance **5000 W** fait tourner une hélice à **2500 tr.min^{-1}**. Quel est le moment du couple exercé sur l'hélice ?

8. Une barre est maintenue horizontale par l'intermédiaire d'un fil métallique et un fil de coton fixés en son milieu. Les deux fils sont verticaux, le fil métallique est au-dessus de la barre, le fil de coton en dessous. Le fil métallique a une constante de torsion **C = 4,0.10-2 N.m.rad^{-1}**. Le fil de coton exerce un couple négligeable.

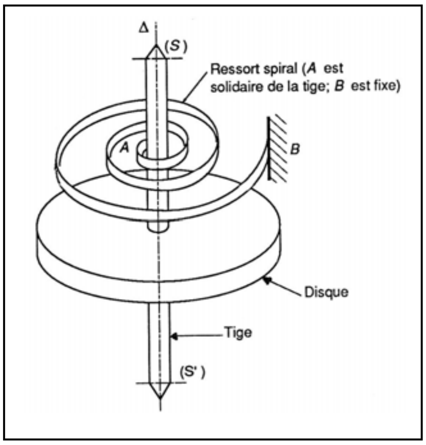
* Faire un schéma du dispositif.
* Calculer le travail du couple de torsion dans les situations suivantes :
  - On écarte la barre de **90°** par rapport à sa position d'équilibre.
  - La barre passe de la position précédente à la position où elle fait un angle de **45°** par rapport à sa position d'équilibre.
  - La barre passe de cette dernière position à la position où elle est écartée d'un angle de **30°** de l'autre côté de sa position d'équilibre.

9. Une force de frottement d'intensité **F = 3 N** est appliquée tangentiellement à un disque de rayon **20 cm** qui tourne à **600 tr.min^{-1}**. Quel est le travail de cette force lorsque le disque tourne d'un quart de tour ? Quelle est la puissance de cette force ?

T-PL

Travail et puissance de forces et de couples de forces (2)

1. Un solide est constitué d'un disque de rayon **R = 12 cm** et d'une tige. L'ensemble peut tourner autour d'un axe **Δ**. Un ressort spiral de constante de torsion **C = 5.10-2 N.m.rad**$^{-1}$ a son extrémité **A** soudée à la tige et son extrémité **B** soudée à un point fixe.

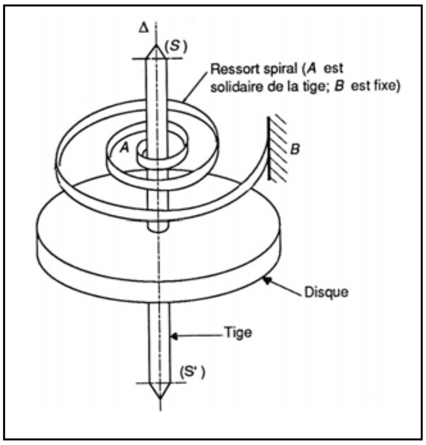


a) Quelle force tangente au disque faut-il exercer pour maintenir le disque dans la position où il est écarté de **20°** de sa position d'équilibre ?

b) Quel est le travail du couple exercé par le ressort spiral lorsque le disque spiral passe de la position précédente à sa position d'équilibre ?

c) Quel est alors le travail du couple de frottement exercé par les supports estimé à un couple constant de valeur **3.10**$^{-3}$ **N.m** ?

1. Un solide est constitué d'un disque de rayon **R = 12 cm** et d'une tige. L'ensemble peut tourner autour d'un axe **Δ**. Un ressort spiral de constante de torsion **C = 5.10-2 N.m.rad**$^{-1}$ a son extrémité **A** soudée à la tige et son extrémité **B** soudée à un point fixe.

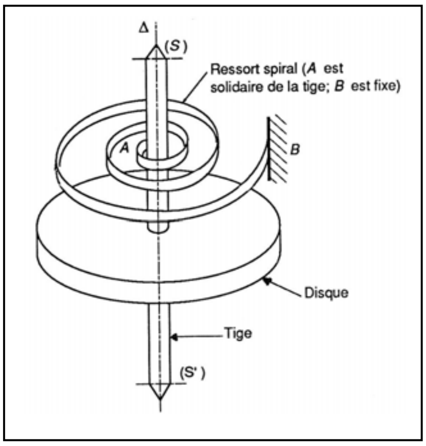


a) Quelle force tangente au disque faut-il exercer pour maintenir le disque dans la position où il est écarté de **20°** de sa position d'équilibre ?

b) Quel est le travail du couple exercé par le ressort spiral lorsque le disque spiral passe de la position précédente à sa position d'équilibre ?

c) Quel est alors le travail du couple de frottement exercé par les supports estimé à un couple constant de valeur **3.10**$^{-3}$ **N.m** ?

1. Un solide est constitué d'un disque de rayon **R = 12 cm** et d'une tige. L'ensemble peut tourner autour d'un axe **Δ**. Un ressort spiral de constante de torsion **C = 5.10-2 N.m.rad**$^{-1}$ a son extrémité **A** soudée à la tige et son extrémité **B** soudée à un point fixe.



a) Quelle force tangente au disque faut-il exercer pour maintenir le disque dans la position où il est écarté de **20°** de sa position d'équilibre ?

b) Quel est le travail du couple exercé par le ressort spiral lorsque le disque spiral passe de la position précédente à sa position d'équilibre ?

c) Quel est alors le travail du couple de frottement exercé par les supports estimé à un couple constant de valeur **3.10**$^{-3}$ **N.m** ?

T-PL

Exercices sur le théorème de l'énergie cinétique n°1

1. Un disque de masse **m = 100 g**, de rayon **r = 20 cm** tourne autour de l'axe perpendiculaire au disque en son centre.

A - Il est animé d'un mouvement de rotation uniforme, entretenu grâce à un moteur qui fournit une puissance de **36 mW**. Un point **A**, situé à la périphérie du disque est animé d'une vitesse de **2,4 m/s**.

a) Calculer la vitesse angulaire du disque.
b) Calculer la vitesse du point **B** situé à **2 cm** du centre du disque.
c) Calculer le moment du couple moteur.
d) Calculer le travail effectué par le couple moteur quand le disque tourne de **10 tours.**

B - On coupe l'alimentation du moteur : le disque s'arrête au bout de **8** s après avoir tourné de **7,6 tours**. Le frottement peut être représenté par une force constante, d'intensité **$1,5.10^{-2}$ N**, tangente au disque.

a) Calculer le travail de cette force pendant cette phase du mouvement.
b) Calculer la variation de l'énergie cinétique du disque durant cette phase
c) Calculer la puissance moyenne de la force de frottement durant cette phase.
d) Calculer la puissance (instantanée) de la force de frottement au commencement de cette phase.

2. Une tige est mobile sans frottement dans un plan vertical autour d'un axe **Δ** horizontal, passant par l'une des extrémités de la tige. Exprimer le moment d'inertie de la tige en fonction de sa masse **m** et de sa longueur **L**. On donne un coup bref sur la tige de telle sorte qu'elle quitte sa position d'équilibre avec une vitesse angulaire **ω**. Calculer **ω** sachant que la tige s'écarte d'un angle de **40°** par rapport à sa position d'équilibre avant de redescendre**. On donne : L = 30cm** et **m = 400 g.**

3. Un fil d'acier vertical, dont l'extrémité supérieure est maintenue immobile est solidaire d'une barre de longueur **L**, de masse **m**, soudée au fil en son milieu. La barre reste horizontale.

a) Avec quelle vitesse la barre repasse-t-elle par sa position d'équilibre, lorsque, après l'avoir tournée d'un angle **θ** par rapport à sa position d'équilibre, on l'abandonne sans vitesse initiale?

b) Aux deux extrémités de la barre, on place deux petits solides de même masse M. Répondre de nouveau à la question a).

4. Le plateau d'un tourne-disque a un moment d'inertie de **$4,0.10^{-2}$ kg.m^2** par rapport à son axe de rotation. Il tourne à la vitesse constante de **33 tr/min**. Lorsqu'on débraye le moteur, le plateau effectue 10 tours avant de s'arrêter. Quel est le moment des forces de frottement qui s'exercent sur le plateau?
(Ce moment est supposé constant.)

5. Un balancier est mobile autour d'un axe horizontal. Son moment d'inertie par rapport à cet axe est **J = 5. 10^{-2} kg.m^2** et la distance entre l'axe et le centre de gravité du balancier est **15 cm.**

a) On écarte le balancier d'un angle de **20°** par rapport à sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale. Avec quelle vitesse angulaire repasse-t-il par sa position d'équilibre?

b) On écarte le balancier d'un angle de **20°** par rapport à sa position d'équilibre en lui communiquant une vitesse angulaire de **1,5 rad.s^{-1}**. Avec quelle vitesse angulaire repasse-t-il par sa position d'équilibre ?

6. Une personne hisse un objet de masse **M = 50 kg** à l'aide d'une corde passant sur une poulie située à la verticale au-dessus de l'objet. La poulie est un disque de rayon **r = 20 cm** et de masse **m = 3 kg.** La poulie subit un couple de frottement constant estimé à **0,8 N.m**. On suppose que la corde ne glisse pas sur la poulie. L'objet initialement posé au sol, atteint une vitesse de **0,5 m.s^{-1}** lorsqu'il est à une hauteur **h = 2 m** du sol. Calculer l'intensité **F** de la force (supposée constante) qu'exerce la personne sur la corde dans les trois situations suivantes :

* On néglige la masse de la poulie et le frottement subit par la poulie.
* On néglige la masse de la poulie, mais on tient compte du frottement.
* On ne néglige ni la masse de la poulie ni le frottement.

T-PL

Exercices sur le théorème de l'énergie cinétique n°2

1. Un disque vertical, mobile autour de l'axe horizontal passant par son centre a un moment d'inertie **J = 0,5 kg.m²**. Il est mis en mouvement par une force d'intensité constante F = 20 N constamment tangente au disque dont le rayon est **R = 12 cm**. Calculer la vitesse atteinte par le disque après avoir effectué une rotation de **20 tours**.

2. Un disque de masse **m = 200 g**, de rayon **R = 20 cm,** est animé d'un mouvement de rotation uniforme autour de son axe. Sa vitesse angulaire est **ω = 120 tr/min.**

a) Quelle est la vitesse d'un point **M** situé à **5 cm** du centre du disque?

b) Quelle est le moment d'inertie du disque par rapport à son axe?

c) Pour entretenir ce mouvement, un moteur exerce un couple de moment M dont la puissance est **P = 500 mW**. Que vaut M ? Montrer que des frottements interviennent et calculer le moment du couple de frottement agissant sur le disque.

d) A un instant donné, le moteur est débrayé et dès lors, on applique une force F tangente au disque d'intensité **0,2 N**). En supposant que le couple de frottement dont le moment a été calculé précédemment continue à agir, (en gardant toujours ce même moment), calculer le nombre de tours effectués par le disque avant qu'il ne s'arrête.

Un exercice montrant comment le Théorème de l'énergie cinétique peut s'appliquer au cas où rotation et translation sont combinés :

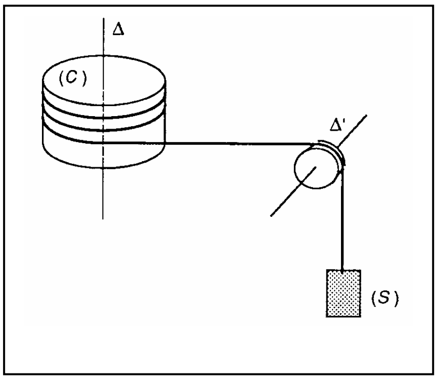
3. Une corde de masse négligeable, est enroulée sur le cylindre d'un treuil de masse **M** et de rayon **r**. Au bout de la corde, on attache une charge de masse **m** et on libère l'ensemble sans vitesse initiale.

a) On suppose que le cylindre tourne sans frottement autour de son axe. Quelle est la vitesse angulaire du cylindre quand la charge est descendue de **1 m**?
N.B. Il faut tenir compte de l'énergie cinétique de rotation du cylindre et de l'énergie cinétique de translation de la masse m

On donne : M = 5,0 kg, r = 10 cm et **m = 20 kg**.

b) En réalité, la vitesse angulaire du cylindre est seulement **15 rad.s⁻¹** quand la charge est descendue de **1 m.** En déduire le moment du couple de frottement, supposé constant exercé par l'axe sur le cylindre.

5. Un cylindre **(C)** est mis en rotation autour de l'axe vertical **(Δ)** par la chute du solide **(S).** La poulie tourne autour d'un axe horizontal **(Δ').** Calculer la vitesse de rotation du cylindre lorsque le solide a fait une chute de hauteur **h = de 2 m.** On supposera que les frottements sont négligeables et que la corde ne glisse pas sur la poulie. Il faut tenir compte du moment d'inertie du cylindre **et de celui de la poulie**.
Données : *cylindre* : **M = 5 kg** , **R = 40 cm** ; *poulie* : **m = 200 g** et **r = 10 cm** ; *solide* : **M' = 15 kg**



6. Déterminer la vitesse acquise au bout d'un déplacement de **60 cm** par le centre d'inertie d'un cylindre de rayon **R = 10 cm** et de masse **M = 5 kg** roulant sans glisser sur un plan incliné faisant un angle de **10 °** par rapport à l'horizontale.
Quelle serait la vitesse acquise par un solide parallélépipédique de même masse pour le même déplacement sur le même plan incliné et qui ne ferait que glisser sans frottement ?

T-PL

Exercices sur la rotation : volant d'inertie – moment cinétique

Problèmes de volant :

1- Un volant en fonte est constitué par un cylindre de diamètre **50 cm** et de hauteur ***h* = 1 m.** La masse volumique de la fonte est de **7600 kg.m^{3}.**

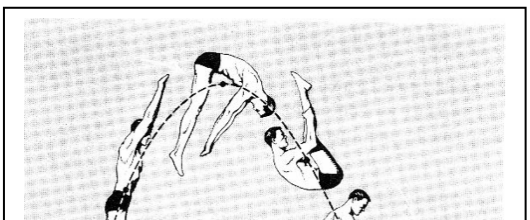
a/ Calculer le moment d'inertie du cylindre par rapport à son axe.
b/ Calculer son énergie cinétique lorsqu'il tourne à une vitesse de **1400 tr.min^{-1}**.
c/ Sa vitesse diminue à **1300 tr.min^{-1}** en **4 s.** Calculer la puissance moyenne restituée par la diminution de l'énergie cinétique du volant.

2- Un volant ayant la forme d'un cylindre homogène de rayon ***R* = 0,50 m**, de masse **200 kg** est mis en rotation autour de son axe par un moteur qui fournit une puissance constante **P = 2 kW**. Quelle durée minimale faut-il pour que le volant, partant du repos, tourne à **2000 tr.min^{-1}** ?

Conservation du moment cinétique :

3- Une barre parallélépipédique de longueur **L = 50 cm** et de masse **M = 500g** est munie de deux boules fixées à ses extrémités (masse **m = 200 g** et rayon **r = 2 cm**). L'ensemble tourne autour d'un axe passant par le milieu de la barre avec une vitesse angulaire de **5 tr.s^{-1}**. Brusquement les deux boules se détachent, quelle est la novelle vitesse de rotation de la barre ?

4-Exemple de biomécanique appliquée au sport :



Un plongeur quitte le plongeoir, les mains et les pieds étendus, avec une vitesse angulaire initiale quelconque. Puisqu'il n'y a aucun moment de force agissant sur lui par rapport à son centre d'inertie,
le moment cinétique **L = J$_{\Delta}$.ω** demeure constant lorsqu'il est dans les airs. Lorsqu'il fléchit les mains et

T-PL

Exercice sur la cinématique de la rotation avec corrigé (1)

Enoncé :

La figure 8.5 représente schématiquement l'arbre moteur de la chaîne cinématique d'une transmission de puissance. Le couple récepteur étant nul, l'arbre moteur tournant à la vitesse de 150 rd/s, on supprime le couple moteur et on applique sur le volant un couple de freinage constant. On choisit le repère $(\mathcal{R}) = (O, x, y, z)$ tel que au début de la phase de freinage, à l'instant $t = 0$, on ait $\theta = 0$ et $\omega = 150$ rd/s.

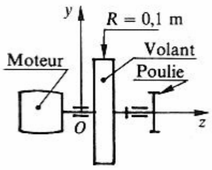


Fig. 8.5.

Questions :

1° Calculer la valeur de la décélération angulaire de l'arbre moteur pour que l'arrêt soit atteint en une seconde d'un mouvement uniformément varié. Déterminer les équations de la vitesse angulaire et de l'abscisse angulaire de l'arbre moteur.

2° Calculer le nombre de tours effectués par l'arbre moteur avant l'arrêt.

3° On considère un point M situé sur la périphérie du volant de rayon $R = 0{,}1$ m. Quelle est la norme du vecteur vitesse et du vecteur accélération à l'instant $t = 0{,}5$?

Corrigé :

1° Pendant la phase de freinage, le mouvement de l'arbre moteur étant uniformément varié, les équations de ce mouvement dans le repère (R) ont pour expression :

$$0 \leqslant t \leqslant 1 \quad \begin{cases} \theta = \dfrac{1}{2}\omega' t^2 + \omega_0 t + \theta_0 & (1) \\ \omega = \omega' t + \omega_0 & (2) \\ \omega' = \mathrm{C^{te}}. \end{cases}$$

A l'instant $t = 0$ on a :

$$\theta = 0 \quad \text{et} \quad \omega = 150 \text{ (rd/s)}.$$

A partir de la relation (1) on obtient : $\boldsymbol{\theta_0 = 0}$.
A partir de la relation (2) on obtient : $\boldsymbol{\omega_0 = 150}$ **(rd/s)**.
A l'arrêt on a : $t = 1$ et $\omega = 0$.
La relation (2) permet d'écrire :

$$0 = \omega' + 150,$$

d'où :

$$\boldsymbol{\omega' = -150} \textbf{ (rd/s}^2\textbf{)}.$$

Les équations du mouvement de l'arbre moteur pendant la phase de freinage s'écrivent :

$$0 \leqslant t \leqslant 1 \quad \boxed{\begin{array}{ll} \theta = -75\,t^2 + 150\,t \\ \omega = -150\,t + 150 \\ \omega' = -150 \end{array}} \quad \begin{array}{l} (3) \\ (4) \\ \end{array}$$

2° L'arrêt est obtenu à l'instant $t = 1$.
A partir de l'équation (3) on obtient :

$$\theta = -75 + 150,$$

d'où :

$$\boldsymbol{\theta = 75} \textbf{ (rd) = 11,936 tours.}$$

3° A l'instant $t = 0{,}5$, à partir de (4) on obtient :

$$\omega = 75 \text{ (rd/s)}.$$

La norme du vecteur vitesse du point M a pour expression :

$$\|\overrightarrow{V_M}\| = |v| = |\omega R|,$$

$$\|\overrightarrow{V_M}\| = |75 \times 0{,}1|,$$

d'où :

$$\|\overrightarrow{V_M}\| = \mathbf{7{,}5} \textbf{ (m/s)}.$$

La norme du vecteur accélération du point M a pour expression :

$$\|\overrightarrow{\Gamma_M}\| = \sqrt{\gamma_t^2 + \gamma_n^2} \quad \text{avec} \quad \gamma_t = \omega' R \quad \text{et} \quad \gamma_n = \frac{v^2}{R}.$$

A l'instant $t = 0{,}5$ on a :

$$|v| = 7{,}5 \text{ (m/s)} \quad \text{et} \quad \omega' = -150 \text{ (rd/s}^2\text{)},$$

d'où :

$$\gamma_t = -150 \times 0{,}1 = -15,$$

$$\gamma_n = \frac{7{,}5^2}{0{,}1} = 562{,}5,$$

$$\|\overrightarrow{\Gamma_M}\| = \sqrt{(-15)^2 + 562{,}5^2},$$

soit :

$$\|\overrightarrow{\Gamma_M}\| = \mathbf{562{,}7} \textbf{ (m/s}^2\textbf{)}.$$

T-PL

Exercice sur la cinématique de la rotation avec corrigé (2)

Enoncé :

La figure 8.6 représente schématiquement l'arbre moteur de la chaîne cinématique d'une transmission de puissance.

Le rôle du volant est de régulariser la vitesse de rotation de cet ensemble. On se propose d'étudier le démarrage à vide de l'arbre moteur; pour cela on a relevé expérimentalement la courbe donnant la variation de vitesse angulaire de l'arbre moteur en fonction du temps (fig. 8.7).

En première approximation cette courbe peut être assimilée à trois segments de droite : OA, AB et BC.

On choisit le repère $(R) = (O, x, y, z)$ tel que, à l'instant $t = 0$, on ait : $\theta = 0$ et $\omega = 0$.

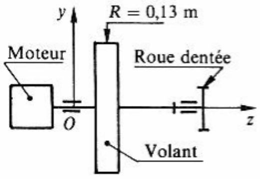


Fig. 8.6.

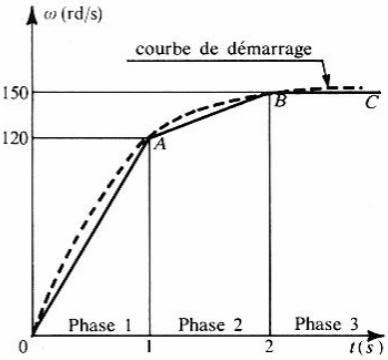


Fig. 8.7.

Questions :

1° Déterminer l'équation de la vitesse angulaire de l'arbre moteur pendant chacune des trois phases.

2° Déterminer les équations des abscisses angulaires de l'arbre moteur correspondant à chacune des trois phases.

3° Au bout de combien de tours l'arbre moteur atteint-il sa vitesse de régime de 150 rd/s? Quelle est dans la phase 3 la norme du vecteur vitesse et du vecteur accélération d'un point M situé sur la périphérie du volant de rayon $R = 0,13$ m?

Corrigé :

1° Dans la phase 1 la vitesse angulaire de l'arbre moteur est représentée par le segment OA (fig. 8.7). Cette variation linéaire de ω s'exprime par la relation :

$$\omega = \omega' t + \omega_0.$$

A l'instant $t = 0$ on a : $\omega = 0$, d'où $\boldsymbol{\omega_0 = 0}$.

A l'instant $t = 1$ on a : $\omega = 120$, d'où $\omega' = 120$ (rd/s²).

Dans cette phase, le mouvement de rotation est donc uniformément accéléré. L'équation de la vitesse angulaire de l'arbre moteur dans la phase 1 s'écrit :

$$\boxed{\omega = 120\, t} \quad 0 \leqslant t \leqslant 1.$$

— Dans la phase 2 la vitesse angulaire de l'arbre moteur est représentée par le segment AB (fig. 8.7). Cette variation linéaire de ω s'exprime par la relation :

$$\omega = \omega' t + \omega_0.$$

A l'instant $t = 1$, on a : $\omega = 120$,

d'où : $120 = \omega' + \omega_0$. (1)

A l'instant $t = 2$, on a : $\omega = 150$,

d'où : $150 = \omega' \times 2 + \omega_0$. (2)

En résolvant le système d'équations (1) et (2) on obtient :

$$\boldsymbol{\omega' = 105 \text{ (rd/s}^2) \quad \text{et} \quad \omega_0 = 90 \text{ (rd/s)}.}$$

Dans la phase 2 le mouvement de rotation est donc uniformément accéléré. L'équation de la vitesse angulaire de l'arbre moteur dans la phase 2 s'écrit :

$$\boxed{\omega = 105\, t + 90} \quad 1 \leqslant t \leqslant 2.$$

— Dans la phase 3 la vitesse angulaire de l'arbre moteur est représentée par le segment BC (fig. 8.7). ω est constant et égal à 150 rd/s. Dans cette phase le mouvement de rotation est donc uniforme et l'équation de la vitesse angulaire s'écrit :

$$\boxed{\omega = 150} \quad t \geqslant 2.$$

2° — Dans la phase 1 le mouvement de rotation a une accélération angulaire constante : $\omega' = 120$ rd/s². L'équation des abscisses angulaires a pour expression :

$$\theta = \frac{1}{2}\,\omega' t^2 + \omega_0 t + \theta_0.$$

A l'instant $t = 0$ on a : $\theta = 0$, d'où $\boldsymbol{\theta_0 = 0}$.

On a vu dans le 1° que dans cette phase $\omega_0 = 0$.

Dans la phase 1 l'équation des abscisses angulaires de l'arbre moteur s'écrit :

$$\boxed{\theta = 60\, t^2} \quad 0 \leqslant t \leqslant 1. \quad (1)$$

— Dans la phase 2 le mouvement de rotation a une accélération angulaire constante :

$$\omega' = 105 \text{ (rd/s}^2) \quad \text{et} \quad \omega_0 = 90 \text{ (rd/s)}.$$

L'équation des abscisses angulaires a pour expression :

$$\theta = \frac{1}{2}\,\omega' t^2 + \omega_0 t + \theta_0. \quad (2)$$

A l'instant $t = 1$, à partir de (1) on obtient :

$$\theta = 60 \text{ (rd)}.$$

A l'instant $t = 1$ l'équation (2) permet d'écrire :

$$60 = \frac{1}{2}\,105 + 90 + \theta_0,$$

d'où $\theta_0 = -\,82,5$ (rd).

Dans la phase 2 l'équation des abscisses angulaires de l'arbre moteur s'écrit :

$$\boxed{\theta = 52,5\, t^2 + 90\, t - 82,5} \quad 1 \leqslant t \leqslant 2. \quad (3)$$

— Dans la phase 3 le mouvement de rotation a une vitesse angulaire constante : $\omega = 150$ (rd/s). Dans ce mouvement, l'équation des abscisses angulaires a pour expression :

$$\theta = \omega t + \theta_0.$$

A l'instant $t = 2$, à partir de (3), on obtient :

$$\theta = 52,5 \times 4 + 90 \times 2 - 82,5,$$

d'où $\boldsymbol{\theta = 307,5}$ **(rd).**

A l'instant $t = 2$, l'équation (4) permet d'écrire :

$$307,5 = 150 \times 2 + \theta_0,$$

d'où $\boldsymbol{\theta_0 = 7,5}$ **(rd).**

Dans la phase 3 l'équation des abscisses angulaires de l'arbre moteur s'écrit :

$$\boxed{\theta = 150\, t + 7,5} \quad t \geqslant 2.$$

3° La vitesse de régime est atteinte à l'instant $t = 2$. Nous avons vu qu'à l'instant $t = 2$ on a : $\theta = 307,5$ (rd).

D'où $$\theta(\text{tr}) = \frac{307,5}{2\pi},$$

soit : $\boldsymbol{\theta = 48,94}$ **tours.**

La norme du vecteur vitesse du point M a pour expression :

$$\|\overrightarrow{V_M}\| = |v| = |\omega R|.$$

Dans la phase 3 on a $\omega = \text{C}^{\text{te}} = 150$ (rd/s),

d'où $\|\overrightarrow{V_M}\| = |150 \times 0,13|$,

soit : $\boldsymbol{\|\overrightarrow{V_M}\| = 19,5}$ **(m/s).**

La norme du vecteur accélération du point M a pour expression :

$$\|\overrightarrow{\Gamma_M}\| = \sqrt{\gamma_t^2 + \gamma_n^2} \quad \text{avec} \quad \gamma_t = \omega' R \quad \text{et} \quad \gamma_n = \frac{v^2}{R}.$$

Dans la phase 3 on a :

$$\omega' = 0 \quad \text{et} \quad |v| = 19,5 \text{ (m/s)},$$

d'où : $$\gamma_t = 0 \quad \text{et} \quad \gamma_n = \frac{19,5^2}{0,13} = 2\,925 \text{ (m/s}^2).$$

On en déduit que :

$$\boldsymbol{\|\overrightarrow{\Gamma_M}\| = 2\,925 \text{ (m/s}^2).}$$

T-PL

Exercice sur la cinématique de la rotation avec corrigé (3)

Enoncé :

Un moteur électrique entraîne une meule (S) de rayon $R = 0{,}075$ m à la vitesse constante de 1 500 tr/min. On arrête le moteur, la meule ralentit et s'arrête au bout de deux minutes d'un mouvement uniformément varié.

Dans le repère $(\mathcal{R}) = (O, x, y, z)$ on considère le mouvement circulaire d'un point $M \in (S)$ situé à la distance $R = 0{,}075$ m de l'axe de rotation de la meule (fig. 8.8). Le sens de rotation de la meule est celui de Ox vers Oy. L'origine des abscisses est le point A_0 sur Ox. A l'instant $t = 0$ le point M est en A_0. L'unité de temps est la seconde, l'unité de longueur est le mètre.

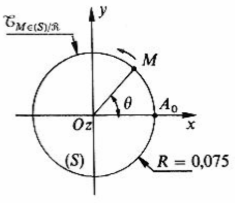


Fig. 8.8.

Questions :

1° Déterminer la valeur de l'accélération angulaire ω' et les équations du mouvement du point M.

2° Déterminer le nombre de tours effectués par le point M entre l'instant où l'on coupe l'alimentation du moteur et l'arrêt.

3° Déterminer l'équation de la vitesse algébrique v du point M sur sa trajectoire. A l'instant $t = 100$, déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_M}$.

4° Déterminer l'expression du vecteur accélération $\overrightarrow{\Gamma_M}$ et définir $\overrightarrow{\Gamma_M}$ à l'instant $t = 100$.

Corrigé :

1° Dans le repère $(\mathcal{R})$ les équations du mouvement uniformément varié du point M ont pour expression :

$$0 \leqslant t \leqslant 120 \begin{cases} \theta = \dfrac{1}{2}\omega' t^2 + \omega_0 t + \theta_0 & (1) \\ \omega = \omega' t + \omega_0 & (2) \\ \omega' = C^{te}. \end{cases}$$

Au début du mouvement, pour $t = 0$ on a $N = 1\,500$ tr/min,

d'où : $$\omega = \frac{\pi N}{30} = \frac{\pi \times 1\,500}{30}, \quad \boldsymbol{\omega = 157{,}08 \text{ (rd/s)}.}$$

A l'instant $t = 0$, on a : $\theta = 0$ et $\omega = 157{,}08$.
A partir de (1), on obtient : $\boldsymbol{\theta_0 = 0.}$
A partir de (2), on obtient : $\boldsymbol{\omega_0 = 157{,}08.}$
A l'instant $t = 120$, on a $\omega = 0$.
L'équation (2) permet d'écrire :

$$0 = \omega' \times 120 + 157{,}08,$$

d'où : $$\boldsymbol{\omega' = -1{,}3 \text{ (rd/s}^2\text{)}.}$$

Les équations du mouvement du point M s'écrivent alors :

$$0 \leqslant t \leqslant 120 \ \boxed{\begin{array}{ll} \theta = -0{,}65\,t^2 + 157{,}08\,t & (3) \\ \omega = -1{,}3\,t + 157{,}08 & (4) \\ \omega' = -1{,}3 & \end{array}}$$

2° L'arrêt est obtenu à l'instant $t = 120$.
L'équation (3) permet d'écrire :

$$\theta = -0{,}65 \times 120^2 + 157{,}08 \times 120,$$

d'où : $$\theta = 9\,489{,}6 \text{ (rd)},$$

soit :

$$\boldsymbol{\theta = 1\,510{,}3 \text{ tours.}}$$

3° Si $\vec{t}$ est le vecteur unitaire de la tangente en M orientée dans le même sens que la trajectoire, le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_M}$ s'exprime par la relation :

$$\overrightarrow{V_M} = v\vec{t}. \qquad (1)$$

La vitesse algébrique v s'exprime en fonction de ω et du rayon R :

$$v = \omega R.$$

A la question 1° on a déterminé $\omega = -1{,}3\,t + 157{,}08$ et on sait que $R = 0{,}075$.
d'où : $$\boldsymbol{v = -0{,}097\,5\,t + 11{,}78.} \qquad (2)$$

La relation (1) s'écrit alors :

$$\overrightarrow{V_M} = (-0{,}097\,5\,t + 11{,}78)\vec{t}.$$

A l'instant $t = 100$ on obtient :

$$\overrightarrow{V_M} = (-9{,}75 + 11{,}78)\vec{t},$$
$$\overrightarrow{V_M} = 2{,}03\,\vec{t}.$$

A l'instant $t = 100$ la position du point M est définie par :

$$\theta = -0{,}65 \times 100^2 + 157{,}08 \times 100,$$

d'où : $$\theta = 9\,208 \text{ (rd)},$$

soit :

$$\boldsymbol{\theta = 1\,465{,}5 \text{ tours.}}$$

Le point M se trouve donc en A symétrique de A_0 par rapport à O (fig. 8.9).
Le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_M}$ est tel que (fig. 8.9) :

$\overrightarrow{V_M}$ | Point d'application : A
| Support : tangente en A au cercle
| Sens : celui du mouvement
| Norme : $\|\overrightarrow{V_M}\| = 2{,}03$ (m/s).

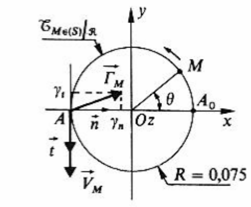


Fig. 8.9.

4° Si $\vec{n}$ est le vecteur unitaire de la normale en M orientée vers la concavité de la trajectoire, le vecteur accélération $\overrightarrow{\Gamma_M}$ est défini par la relation :

$$\overrightarrow{\Gamma_M} = \frac{dv}{dt}\vec{t} + \frac{v^2}{R}\vec{n}. \qquad (1)$$

Nous avons trouvé à la question précédente l'expression de la vitesse algébrique de M :

$$v = -0{,}097\,5\,t + 11{,}78.$$

Calculons :

$$\frac{dv}{dt} = \gamma_t = -0{,}097\,5 = C^{te},$$
$$\frac{v^2}{R} = \gamma_n = \frac{(-0{,}097\,5\,t + 11{,}78)^2}{0{,}075}.$$

La relation (1) s'écrit alors :

$$\overrightarrow{\Gamma_M} = -0{,}097\,5\,t + \frac{(-0{,}097\,5\,\vec{t} + 11{,}78)^2}{0{,}075}\vec{n}. \qquad (2)$$

A l'instant $t = 100$ à partir de (2) on obtient :

$$\overrightarrow{\Gamma_M} = -0{,}097\,5\,\vec{t} + 54{,}94\,\vec{n},$$

d'où : $$\|\overrightarrow{\Gamma_M}\| \approx 54{,}94 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

A l'instant $t = 100$ le vecteur accélération $\overrightarrow{\Gamma_M}$ est tel que (fig. 8.9) :

$\overrightarrow{\Gamma_M}$ | Point d'application : A
| Composantes dans le repère $(A, \vec{t}, \vec{n})$: $\gamma_t = -0{,}097\,5$ et $\gamma_n = 54{,}94$
| Norme : $\|\overrightarrow{\Gamma_M}\| = 54{,}94$ (m/s²).

T-PL

Exercices sur la rotation : réserve

Mouvement circulaire uniforme.

1 Un point est mobile sur une circonférence de diamètre 500 mm à la vitesse de 2 m.s-1
Calculer sa vitesse angulaire ω ainsi que son accélération.

Un point est mobile sur une circonférence de rayon 1 m, calculer sa vitesse angulaire maximum en tr/min pour que son accélération ne dépasse pas 9 m.s-2

1. Un point mobile *M* est animé d'un mouvement circulaire uniformément accéléré sur une circonférence de rayon 2 *m*. Il part du repos pour atteindre en 10 *s* la vitesse angulaire de 20 *rd/s*.

1° Déterminer l'accélération angulaire du point.

2° Donner la fonction $\theta(t)$ qui fournit la position de *M* (pour $t = 0$ *on prendra* $\theta = 0$). Calculer la vitesse linéaire, l'accélération tangentielle et l'accélération normale de *M*. Combien de tours a effectué le point mobile au bout de 10 *s*?

2. Un point *M* est mobile sur une circonférence de rayon 1 *m* avec une vitesse angulaire constante de 500 *tr/mn*. A un instant que l'on prendra comme instant origine le mouvement de *M* devient uniformément retardé. Le point s'arrête en 5 *mn*.

1° Déterminer l'accélération angulaire *(négative)* du point *M*.

2° Déterminer la fonction $\theta(t)$ donnant la position de *M* *(en prenant* $\theta = 0$ *au moment où le mouvement devient uniformément retardé)* ainsi que le nombre de tours faits par le point avant son arrêt.

3° Déterminer l'accélération normale Γ_n en fonction du temps.

4° Tracer les graphes de $\theta(t)$, $\theta'(t)$ et Γ_n correspondants.

3. Un point mobile *M* décrit une circonférence d'un mouvement uniformément varié. Sa vitesse angulaire est $\theta'(2) = -1$ *rd/s* à $t = 2\ s$ et $\theta'(7) = 2$ *rd/s* à $t = 7\ s$.

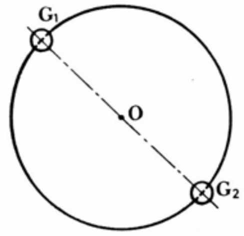
1° Déterminer la fonction $\theta(t)$ donnant la position de *M*, sachant qu'à $t = 0$ $\theta(0) = \theta_0 = 1$ *rd*.

2° Tracer les graphes de $\theta(t)$ et $\theta'(t)$. Indiquer sur une circonférence le début du mouvement.

4. La vitesse d'un point mobile animé d'un mouvement uniformément retardé passe de la valeur 10π *rd/s* à la valeur *zéro* en 50 *tours*. Déterminer l'accélération angulaire de ce point.

1° Écrire l'expression, en fonction de M, R et *r*, du moment d'inertie J du système par rapport à Δ. Écrire de même, en fonction de M et R, l'expression du moment d'inertie I du système lorsque l'on assimile les sphères à des points matériels, de même masse *m*, situés en G_1 et G_2.

Exprimer en fonction de $\frac{r}{R}$ l'écart $\frac{J - I}{I}$.



Calculer numériquement I et l'écart précédent.

Dans la suite du problème, on assimile les surcharges à des points matériels et le moment d'inertie à utiliser est donc I.

2° Le disque surchargé est lancé à la vitesse angulaire $\omega_0 = 50\ \text{rad.s}^{-1}$. Un dispositif permet d'exercer sur le disque des forces de frottement dont le moment par rapport à l'axe de rotation Δ est constant et a pour valeur absolue Γ. Le disque s'arrête au bout du temps $t_0 = 40$ s.

a) Écrire la loi de variation, en fonction du temps, de la vitesse angulaire ω du disque.

b) En déduire l'expression de Γ, en fonction de ω_0, t_0 et I ; trouver sa valeur numérique.

c) Calculer numériquement l'énergie cinétique initiale du disque surchargé.

Calculer de même la valeur absolue du travail des forces de frottement entre les instants 0 et t_0.

Les résultats sont-ils en accord avec le théorème de l'énergie cinétique ?

II. – Un disque D, homogène, de centre O, de rayon R = 10 cm, de masse M = 200 g, peut tourner autour de son axe de révolution Δ. Il est surchargé de deux masselottes sphériques, homogènes, de même masse $m = \frac{M}{4}$, de rayon $r = 1$ cm, et dont les centres G_1 et G_2, symétriquement disposés par rapport à Δ, sont situés à la distance R de cet axe. On rappelle l'expression :

– du moment d'inertie de D par rapport à Δ :

$$\frac{1}{2}MR^2 ;$$

– du moment d'inertie de l'une des sphères par rapport à un diamètre : $\frac{2}{5}mr^2$;

– du moment d'inertie de l'une des sphères par rapport à Δ :

$$\frac{2}{5}mr^2 + mR^2.$$